Miejski Ośrodek Doskonalenia Nauczycieli

**Próbny egzamin maturalny nr.5**

maj 2020

Zad. 1. (1p) Dla jakich wartości parametru m równanie: $\left|log\_{\frac{1}{2}}\left(x+4\right)\right|=m$, ma dwa ujemne rozwiązania?

A. $m\in \left〈0,2\right〉$ B. $m\in \left〈0,2)\right.$ C. $m\in \left(0,2\right)$ D. $m\in \left(0,\infty \right)$

Zad. 2. (1p) Styczna do wykresu $f\left(x\right)=x^{2}+3x-2$ w punkcie P(-2,-4) nachylona jest
do dodatniej półosi OX pod kątem:

A. $45°$ B. $60°$ C. $135°$ D. $150°$

Zad. 3. (1p) Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny, który ma wszystkie krawędzie długości 12cm. Przez wierzchołek ostrosłupa i środki dwóch sąsiednich krawędzi podstawy poprowadzono płaszczyznę. Otrzymany przekrój jest:

A. trójkątem równobocznym;

B. trójkątem prostokątnym;

C. trójkątem o obwodzie $6\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$;

D. trójkątem o obwodzie $18\sqrt{3} $;

Zad. 4. (1p) Ze zbioru: $\left\{1,2,3,4,5,6\right\}$ losujemy kolejno ze zwracaniem trzy elementy.
Ile jest możliwości wylosowania takiej trójki, aby tworzyła ona ciąg arytmetyczny?

A. $20$ B. $18$ C. $16$ D. $10$

Zad. 5. (1p) Suma kwadratów rozwiązań równania: $\left(x+1\right)^{2}\left(2x+1\right)=3(x+1)$ jest równa:

A. $5\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $4$ D. $1\frac{1}{4}$

Zad. 6. (2p) W trójkącie rozwartokątnym ABC dane są: |AC|=12, |BC|=8
oraz $sin|∢ACB|=\frac{2\sqrt{2}}{3}$. Oblicz promień okręgu opisanego na tym trójkącie. Zakoduj cyfrę jedności i cyfry pierwsze po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Zad. 7. (3p) Wykaż, że dla każdej całkowitej liczby x wartość wielomianu
$W\left(x\right)=x^{5}-5x^{3}+4x$ jest liczbą podzielną przez 120.

Zad. 8. (3p) Wykaż, że jeżeli a,b,c są długościami nieprostokątnego trójkąta, zaś α, β kątami wewnętrznymi tego trójkąta leżącymi odpowiednio naprzeciw boków
o długościach a i b, to

$$\frac{tgβ}{tgα}=\frac{b^{2}+c^{2}-a^{2}}{a^{2}+c^{2}-b^{2}}$$

Zad. 9. (3p) Wykaż, że jeżeli punkt E jest punktem przecięcia się prostej przechodzącej przez wierzchołek A trójkąta ABC i środek środkowej CD tego trójkąta z bokiem BC,
to |BE|=2|EC|.

Zad. 10. (4p) Ze zbioru: $\left\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\right\} $losujemy bez zwracania trzy cyfry i zapisujemy je w kolejności losowania, tworząc w ten sposób liczbę trzycyfrową. Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania liczby podzielnej przez 3 jeśli wiadomo, że iloczyn pierwszej i drugiej cyfry jest równy 8.

Zad. 11. (4p) Rozwiąż równanie: $cos7x\*cos3x+sin2x\*sin8x=0$; $x\in \left〈0,\frac{π}{2}\right〉$.

Zad. 12. (4p) Wyznacz równanie okręgu o promieniu długości 8 stycznego do prostych
o równaniach: $3x-4y+10=0$ i $3x+4y=0$.

Zad. 13. (5p) Wyrazy ciągu geometrycznego $(a\_{1},a\_{2},a\_{3})$ są pierwiastkami wielomianu $W\left(x\right)=x^{3}+bx^{2}-6x+8$.

1. Oblicz b
2. Wyznacz ten ciąg

Zad. 14. (5p) Wyznacz wszystkie wartości parametru k, dla których wierzchołek paraboli
o równaniu: $y=x^{2}-2kx+2k^{2}-4k+4$ należy do koła o środku S(3,2)
i promieniu $\sqrt{5}$.

Zad. 15. (6p) Kwadrat ABCD o boku długości a jest podstawą ostrosłupa ABCDS. Krawędź boczna AS ma również długość a i jest prostopadła do płaszczyzny podstawy. Ostrosłup ten przecięto płaszczyzną przechodzącą przez wierzchołek A i prostopadłą do krawędzi CS. Oblicz pole tego przekroju.

A

B

C

D

S

Zad. 16. (6p) Cięciwa PQ długości $8\sqrt{2}$ podzieliła koło o promieniu $4\sqrt{3}$ na dwa odcinki kołowe. W odcinek kołowy, który nie zawiera środka koła wpisano trójkąt równoramienny ABC tak, że podstawa AB jest równoległa do cięciwy PQ,
a wierzchołek C jest środkiem cięciwy. Wyznacz długości boków tego z trójkątów,
który ma największe pole.

P

Q

A

B

C

Opracowała Maria Romanowska

Konsultant MODN